

# Determinación de Eficiencia y Factor de Garantía de un Algoritmo Basado en Búsqueda Local para el Tratamiento del Problema MaxSAT

## TESIS DE MAESTRIA

DAVID EDUARDO PINTO AVENDAÑO

dpinto@cs.buap.mx

B. Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias de la Computación

Primer Lugar en el Certamen Nacional sobre TESIS de Informática y Computación de la Asociación Nacional de Instituciones de Educación en Informática, A.C. (ANIEI), Octubre de 2000

### RESUMEN

---

La aparición de una gran cantidad de problemas en los últimos años que han demostrado estar dentro de la categoría de problemas denominados NP (los cuales son reconocidos por requerir de una gran cantidad de recursos y tiempo para que su resolución se cumpla) ha motivado el buscar algoritmos eficientes para su resolución; sin embargo, a menos que  $P = NP$ , no habrá algoritmos de tiempo polinomial para solucionar tales problemas.

En este trabajo se presentan diversas heurísticas para resolver eficientemente, aunque de manera aproximada dos problemas clásicos NP-Completos: SAT y MaxSAT.

---

SAT y MaxSAT son dos problemas cruciales para el desarrollo de la demostración automática de teoremas (DAT) en el cálculo proposicional, su planteamiento puede resumirse en la forma siguiente:

Dada una fórmula booleana  $F$  en forma normal conjuntiva (FNC), el problema SAT consiste en decidir si  $F$  es satisfactible. El problema de optimización MaxSAT consiste en determinar el número máximo de cláusulas que pueden satisfacerse simultáneamente.

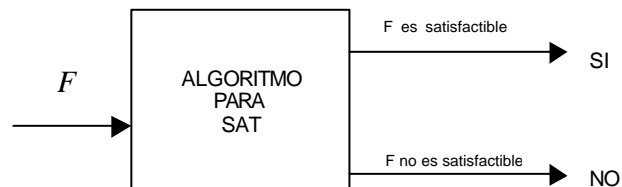


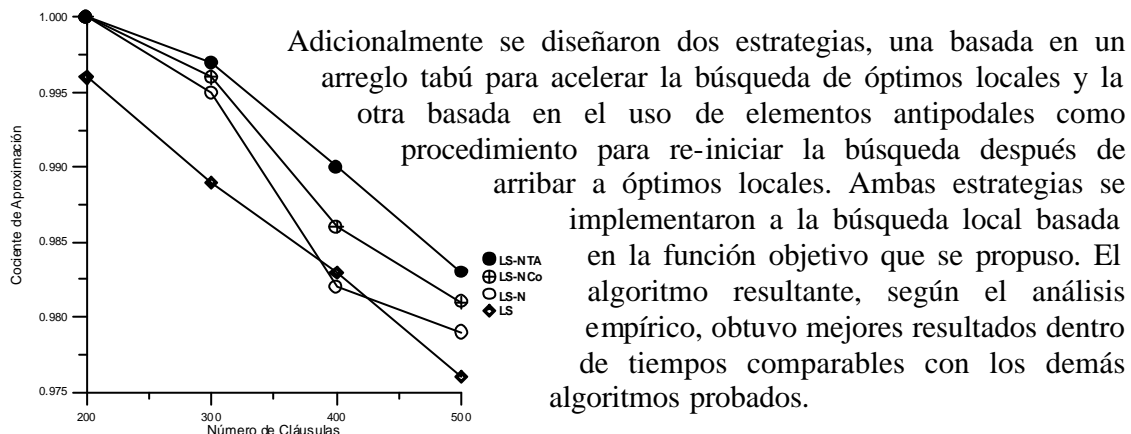
Fig 1. Problema SAT.

A la fecha, como para todo problema NP-Completo, no se ha construido algoritmo eficiente que resuelva a SAT y/o MaxSAT. Una alternativa en la búsqueda de resolver eficientemente los problemas de optimización es el desarrollo de algoritmos de aproximación, es decir, algoritmos que trabajando dentro de cotas polinomiales de tiempo

encuentren soluciones cercanas al valor óptimo, y especialmente que garanticen que las soluciones halladas se encuentran dentro de un factor multiplicativo de la solución óptima.

En este trabajo de investigación, se exploraron las técnicas de búsqueda local como algoritmos de aproximación para resolver MaxSAT. Es conocido que el factor de garantía de una búsqueda local para MaxSAT es de  $k/k+1$ , donde  $k$  es el número máximo de literales que hay en alguna cláusula de la fórmula booleana de entrada [HaP90]. Khanna propone un procedimiento de búsqueda local con una nueva función objetivo llamada función no obvia que obtiene un factor de garantía de  $(2^k-1)/2^k$ , siendo  $k$ , al igual que el caso anterior, el número máximo de literales que hay en alguna cláusula de la fórmula booleana de entrada [KhS96].

Como resultado de nuestras investigaciones, proponemos una nueva función objetivo que utilizada dentro del procedimiento de búsqueda local obtiene un mejor factor de garantía que el de la función objetivo propuesta por Khanna, esto para cierta clase de fórmulas booleanas. Parte del trabajo de investigación consistió en realizar la demostración matemática para la obtención de este nuevo factor de garantía y corroborar el resultado teórico a través de un análisis empírico sobre un universo de fórmulas booleanas generadas aleatoriamente.



**Figura 2.** Cociente de aproximación de los algoritmos para 3-FNC con 100 variables.

La figura 2 muestra parte de los resultados obtenidos durante el análisis empírico. Se observa que la propuesta LS-NTA obtiene en todos los casos un mejor cociente de aproximación que los demás algoritmos.

Es de particular importancia mencionar el comportamiento del algoritmo LS-N (propuesto por Khanna [KhS96]), ya que se observa que el rendimiento decrece (en lo que respecta al factor de aproximación) para instancias con muchas cláusulas insatisfechas. En estos casos, el cociente de aproximación de LS-N está por debajo de los demás algoritmos, incluso de la búsqueda local sola (LS). En la figura 2 se puede observar también, que este comportamiento puede ser corregido utilizando la nueva función objetivo que proponemos.

Las aportaciones principales de este trabajo son las siguientes:

1. Propuesta de una nueva función objetivo:

$$f'_{NOB}(z) = \frac{3}{2}W(S_1) + 2W(S_2) + W(S_0)$$

2. Determinación de un nuevo factor de garantía para las propuestas algorítmicas. El factor de garantía determinado es de 4/5 para el caso Max2SAT, esto para el tipo de instancias que cumplen con:  $W(S_1) \geq pW(S_0)$ ,  $p \geq \frac{4}{5}$ .
3. Adición de heurísticas (tabú y antipodales) para acelerar el proceso de búsqueda.
4. Comprobación experimental de los resultados teóricos.

Una serie de trabajos a futuro se listan a continuación:

- a) Determinar la razón del comportamiento extraño de LS-N sobre las fórmulas que poseen cantidades significativas de cláusulas insatisfechas, con lo que se podrá mejorar la calidad de las soluciones halladas. De aquí, se desprende una línea de investigación para futuros trabajos basados en nuestros resultados.
- b) Experimentar con otras heurísticas para acelerar el proceso de búsqueda local.
- c) Experimentar diferentes mecanismos para no bloquearse al hallar óptimos locales.
- d) Proponer nuevas funciones objetivo no obvias y poder demostrar que obtienen mejores factores de garantía, o en su defecto, caracterizar el tipo de fórmulas sobre las que puede obtener mejores resultados.

---

## Referencias.

### [HaP90]

Hansen P., B Jaumard, Algorithms for the Maximum SATisfiability Problem, Computing 44, 279-303, 1990.

### [KhS96]

Khanna S., A structural view of approximation. Dissertation submitted to the department of computer science and the committee on graduate studies of stanford university, 1996.

---

**NOTA:** El documento de tesis completo puede ser revisado en Internet:  
<http://www.cs.buap.mx/~dpinto>